

Θέματα Εξετάσεων 2018 Μαθηματικά

Στα θέματα 1 έως και 8 κυκλώστε μια μόνο απάντηση.

1. Ο Ερμής έχει δύο κομπιουτεράκια, το Α και το Β. Το Α κάνει 17 πολλαπλασιασμούς ανά δευτερόλεπτο ενώ το Β κάνει 1017 πολλαπλασιασμούς ανά λεπτό. Πόσους περισσότερους πολλαπλασιασμούς κάνει το Α από το Β σε δύο λεπτά;
- A. 10 B. 9 **Γ. 6** Δ. 3 Ε. 2

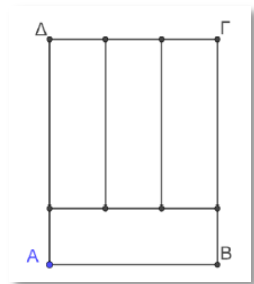
Απάντηση

Ο Ερμής με το κομπιουτεράκι Α κάνει $17 \cdot 60 = 1.020$ πολλαπλασιασμούς το λεπτό, συνεπώς κάνει $2 \cdot 1.020 = 2.040$ πολλαπλασιασμούς σε 2 λεπτά.

Με το κομπιουτεράκι Β κάνει $2 \cdot 1.017 = 2.034$ πολλαπλασιασμούς σε 2 λεπτά.

Συνεπώς, με το κομπιουτεράκι Α κάνει $2.040 - 2.034 = 6$ περισσότερους πολλαπλασιασμούς από ό,τι με το κομπιουτεράκι Β σε 2 λεπτά.

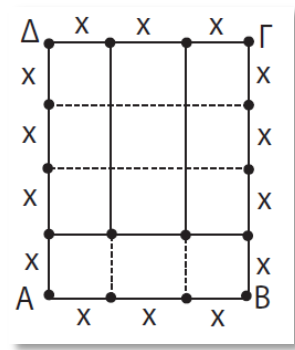
2. Το διπλανό ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι φτιαγμένο από τέσσερα ίδια ορθογώνια παραλληλόγραμπα. Η περίμετρος του ΑΒΓΔ είναι 28 εκ. Το μήκος της πλευράς ΑΒ είναι ίσο με:
- A. 2 εκ. **B. 6 εκ.** Γ. 7 εκ.
Δ. 8 εκ. Ε. 10 εκ.



Απάντηση

Παρατηρώντας το σχήμα βλέπουμε ότι το μήκος του ορθογωνίου είναι τριπλάσιο του πλάτους του. Χωρίζοντας το σχήμα όπως φαίνεται παρακάτω, προκύπτει ότι:

$$3 \cdot x + 4 \cdot x + 3 \cdot x + 4 \cdot x = 28 \quad \text{ή} \quad 14 \cdot x = 28 \quad \text{ή} \quad x = 28 : 14 \quad \text{ή} \quad x = 2 \text{ εκ.}$$



Άρα το μήκος της πλευράς είναι ΑΒ είναι $AB = 3 \cdot 2 = 6$ εκ.

3. Κάθε ένα από τα παρακάτω σύμβολα αντιστοιχεί σε μονοψήφιο φυσικό αριθμό. Διαφορετικά σύμβολα αντιστοιχούν σε διαφορετικούς αριθμούς. Αν ισχύουν οι ισότητες:

$$\boxtimes = \odot + \odot$$

$$\odot = \blacklozenge \div \blacklozenge$$

$$\blacklozenge = \boxtimes \times \boxtimes$$

Ποιος αριθμός αντιστοιχεί στο σύμβολο \blacklozenge ;

A. 1

B. 2

Γ. 3

Δ. 4

E. 5

Απάντηση

$\odot = \blacklozenge : \blacklozenge = 1$, άρα $\boxtimes = \odot + \odot = 1 + 1 = 2$, συνεπώς $\blacklozenge = \boxtimes \times \boxtimes = 2 \cdot 2 = 4$.

4. Ένας μυλωνάς έχει περισσότερα από 190 κιλά αλεύρι και λιγότερα από 205 κιλά. Αν γεμίσει με το αλεύρι του τσουβάλια των 8 κιλών το καθένα, θα περισσέψουν 3 κιλά. Αν γεμίσει τσουβάλια των 7 κιλών το καθένα, θα περισσέψουν 6 κιλά. Πόσα κιλά αλεύρι έχει ο μυλωνάς;

A. 191

B. 193

Γ. 195

Δ. 198

E. 203

Απάντηση

Καταγράφουμε τα κιλά αλεύρι που μπορεί να έχει ο μυλωνάς (φυσικοί αριθμοί μεταξύ του 190 και του 205): 191, 192, 193, ..., 202, 203, 204.

Αν σε κάθε περίπτωση αφαιρέσουμε 3 κιλά, τότε οι παραπάνω αριθμοί γίνονται: 188, 189, 190, ..., 199, 200, 201. Από αυτούς τους αριθμούς, ο 192 και ο 200 διαιρούνται με το 8. Ο αριθμός 192 έχει προκύψει από τα 195 κιλά αλεύρι, όταν αφαιρέσαμε 3 κιλά, και ο αριθμός 200 έχει προκύψει από τα 203 κιλά, όταν αφαιρέσαμε 3 κιλά.

Αν σε κάθε περίπτωση αφαιρέσουμε 6 κιλά, τότε οι αρχικοί αριθμοί γίνονται: 185, 186, 187, ..., 195, 196, 197. Από αυτούς τους αριθμούς, ο 189 και ο 196 διαιρούνται με το 7. Ο αριθμός 189 έχει προκύψει από το 195 κιλά αλεύρι, όταν αφαιρέσαμε 6 κιλά, και ο αριθμός 196 έχει προκύψει από τα 202 κιλά αλεύρι, όταν αφαιρέσαμε 6 κιλά.

Ο αριθμός που ικανοποιεί και τις δύο παραπάνω περιπτώσεις είναι ο 195.

5. Σε έναν καθρέφτη ο Ορφέας καθρεφτίζει μια καρτέλα που γράφει τη λέξη JUNIOR. Πόσα από τα γράμματα της λέξης δεν φαίνονται ποτέ ίδια στον καθρέφτη, ανεξάρτητα από τον τρόπο που ο Ορφέας κρατά την καρτέλα;

A. 1

B. 2

Γ. 3

Δ. 4

E. 5

Απάντηση

Τα γράμματα J, N και R δε θα φαίνονται ποτέ ίδια στον καθρέφτη, επειδή δεν έχουν κανέναν κατακόρυφο άξονα συμμετρίας.

6. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι επιδόσεις 5 παικτών μιας ομάδας μπάσκετ, κατά τη διάρκεια ενός αγώνα, σε τρίποντα.

Παίκτης	Προσπάθειες για τρίποντο	Επιτυχίες
A	10	5
B	20	5
Γ	16	8
Δ	10	8
E	20	4

Εάν ήσουν προπονητής/τρια της ομάδας αυτής με βάση των παραπάνω πίνακα ποιον παίκτη από τους 5 θα επέλεγες για να εκτελέσει το τελευταίο και κρίσιμο τρίποντο του αγώνα;

- A. Τον Α. B. Τον Β. Γ. Τον Γ.
Δ. Τον Δ. E. Τον Ε.

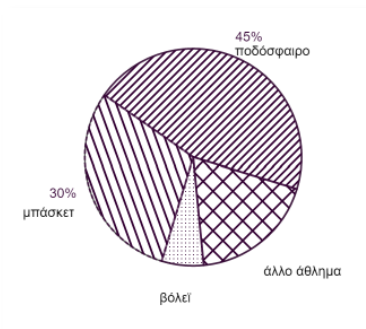
Απάντηση

Υπολογίζουμε και συμπληρώνουμε στον πίνακα τα ποσοστά επιτυχίας των παικτών στα τρίποντα:

Παίκτης	Προσπάθειες για τρίποντο	Επιτυχίες	Ποσοστό Επιτυχίας
A	10	5	$5:10 = 0,50 = 50\%$
B	20	5	$5:20 = 0,25 = 25\%$
Γ	16	8	$8:16 = 0,50 = 50\%$
Δ	10	8	$8:10 = 0,80 = 80\%$
E	20	4	$4:20 = 0,20 = 20\%$

Από τον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι ο παίκτης Δ έχει το υψηλότερο ποσοστό επιτυχίας στα τρίποντα από τους υπόλοιπους.

7. Τα 400 παιδιά ενός δημοτικού σχολείου της Αθήνας συμμετείχαν σε μια έρευνα στην οποία δήλωσαν τις προτιμήσεις τους σε αθλήματα. Οι απαντήσεις που έδωσαν φαίνονται στο διπλανό κυκλικό διάγραμμα, στο οποίο σβήστηκαν τα ποσοστά των προτιμήσεων τους σε βόλεϊ και της επιλογής τους «άλλο άθλημα». Αν γνωρίζουμε ότι οι μαθητές που δήλωσαν «άλλο άθλημα» είναι τριπλάσιοι από όσους δήλωσαν «βόλεϊ», τότε οι μαθητές που δήλωσαν «βόλεϊ» είναι:



Απάντηση

Οι μαθητές που προτιμούν το ποδόσφαιρο είναι $\frac{45}{100} \cdot 400 = 180$.

Οι μαθητές που προτιμούν το μπάσκετ είναι $\frac{30}{100} \cdot 400 = 120$.

Αν οι μαθητές που δήλωσαν «βόλεϊ» είναι x , τότε οι μαθητές που δήλωσαν «άλλο άθλημα» είναι $3 \cdot x$.

Συνεπώς σχηματίζεται η εξίσωση:

$$3 \cdot x + x + 180 + 120 = 400 \quad \text{ή} \quad 4 \cdot x + 300 = 400 \quad \text{ή} \quad 4 \cdot x = 400 - 300 \quad \text{ή} \quad 4 \cdot x = 100 \quad \text{ή} \quad x = 100 : 4 \quad \text{ή} \quad x = 25$$

Άρα οι μαθητές που δήλωσαν «βόλεϊ» είναι 25.

8. Στον παρακάτω πίνακα απεικονίζονται διαδοχικά οι πράξεις που εμφανίζονται στην οθόνη ενός υπολογιστή τσέπης (κομπιουτεράκι) και το τελικό αποτέλεσμά τους. Ποιος ήταν ο αρχικός αριθμός; Κυκλώστε τη σωστή απάντηση.

αρχικός αριθμός	...
	+ 20
	...
	: 5
	...
	$\times 3$
αποτέλεσμα	132

A. 0

B. 20

Γ. 20,2

Δ. 99,2

E. 200

Απάντηση

Για να υπολογίσουμε τον αρχικό αριθμό, εκτελούμε τις αντίστροφες πράξεις.

Αρχικά: $132 : 3 = 44$.

Έπειτα: $44 \cdot 5 = 220$.

Στη συνέχεια: $220 - 20 = 200$.

Άρα, ο αρχικός αριθμός ήταν ο 200.

Να λύσετε τα προβλήματα 1 και 2 και να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Πρόβλημα 1

Το 60% των θεατών σε μια κινηματογραφική προβολή είναι ενήλικες. Οι υπόλοιποι θεατές είναι παιδιά από τα οποία τα $\frac{3}{4}$ είναι αγόρια. Τα κορίτσια είναι 150 λιγότερα από τους ενήλικες.

- α) Πόσοι είναι οι ενήλικες και πόσα τα παιδιά;

- β) Κατά τη διάρκεια της προβολής αυτής ήρθαν μερικά ακόμη παιδιά, οπότε ο αριθμός τους έγινε ίσος με τα $\frac{8}{5}$ των ενηλίκων. Πόσα επιπλέον παιδιά ήρθαν στην προβολή;

Απάντηση

- α) Το $100\% - 60\% = 40\%$ είναι το ποσοστό των παιδιών στην κινηματογραφική προβολή.

Τα κορίτσια είναι το $1 - \frac{3}{4} = \frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ του συνόλου.

Το ποσοστό των κοριτσιών είναι το $\frac{1}{4} \cdot 40\% = 10\%$ του συνόλου των ατόμων.

Η διαφορά $60\% - 10\% = 50\%$ του συνόλου των ατόμων αντιστοιχεί σε 150 άτομα.

Άρα, όλα τα άτομα είναι συνολικά τα διπλάσια των 150, συνεπώς οι θεατές είναι $2 \cdot 150 = 300$.

Επομένως, οι ενήλικες είναι $\frac{60}{100} \cdot 300 = 180$ και τα παιδιά είναι $300 - 180 = 120$.

- β) Ο αριθμός των παιδιών μετά είναι τα $\frac{8}{5}$ του αριθμού των ενηλίκων, δηλαδή $\frac{8}{5} \cdot 180 = \frac{1.440}{5} = 288$ παιδιά. Εφόσον τα παιδιά που ήταν ήδη εκεί ήταν 120, ήρθαν $288 - 120 = 168$ παιδιά.

Πρόβλημα 2

Η Μαρία ξόδεψε τα $\frac{3}{8}$ του μισθού της για φαγητό και το $\frac{1}{3}$ των υπόλοιπων χρημάτων της για έξοδα μετακίνησης. Τα χρήματα που της περίσσεψαν, τα μοιράστηκε εξίσου με τις αδερφές της. Κάθε μία (η Μαρία και οι αδερφές της) πήραν το $\frac{1}{12}$ του αρχικού μισθού της Μαρίας.

- α) Πόσες αδερφές έχει η Μαρία;
 β) Αν τα χρήματα που πήρε η κάθε μία ήταν 208 ευρώ, πόσα χρήματα ξόδεψε η Μαρία για τις μετακινήσεις της;

Απάντηση

- α) Εφόσον ξόδεψε για φαγητό τα $\frac{3}{8}$ του μισθού της, απέμειναν τα $\frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ του μισθού της.

Από αυτά ξόδεψε για μετακίνηση τα $\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{24}$ του μισθού της.

Συνολικά ξόδεψε τα $\frac{3}{8} + \frac{5}{24} = \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} + \frac{5}{24} = \frac{9}{24} + \frac{5}{24} = \frac{14}{24} = \frac{14:2}{24:2} = \frac{7}{12}$ του μισθού της.

Επομένως, της απέμειναν τα $\frac{12}{12} - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$ του μισθού της.

Το ποσό αυτό μοιράστηκε σε όλες τις αδελφές, ισόποσα, παίρνοντας το $\frac{1}{12}$ η καθεμία.

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι οι αδελφές ήταν συνολικά 5 και ότι η Μαρία έχει $5 - 1 = 4$ αδελφές.

β) Το $\frac{1}{12}$ του μισθού της αντιστοιχεί σε 208 ευρώ, επομένως ο συνολικός μισθός της Μαρίας ήταν $12 \cdot 208 = 2.496$ ευρώ.

Η Μαρία ξόδεψε για μετακίνηση τα $\frac{5}{24}$ του μισθού της, δηλαδή $\frac{5}{24} \cdot 2.496 = \frac{12.480}{24} = 520$ ευρώ.