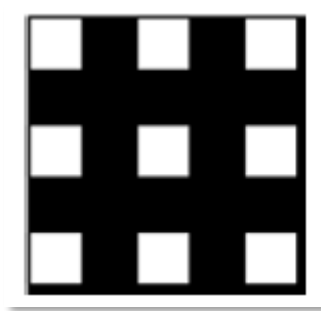


Ενδεικτικά Θέματα Εξετάσεων 2018 (I) Μαθηματικά

Κλειστού τύπου

1. Στο παρακάτω σχήμα, ένα πάτωμα σχήματος τετραγώνου και πλευράς 5 μ. έχει χωριστεί σε άσπρα και μαύρα τετράγωνα πλευράς 1 μ.



Το συνολικό εμβαδόν των μαύρων τετραγώνων είναι:

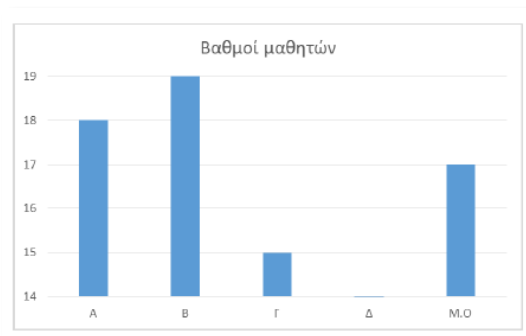
- A. 12 τ.μ. B. 15 τ.μ. **Γ. 16 τ.μ.** Δ. 20 τ.μ. E. 22 τ.μ.

Απάντηση

Το εμβαδόν του πατώματος είναι $5 \cdot 5 = 25$ τ.μ. και επειδή κάθε τετράγωνο, άσπρο ή μαύρο, από τα οποία αποτελείται, έχει εμβαδόν $1 \cdot 1 = 1$ τ.μ., τα τετράγωνα αυτά είναι $25 : 1 = 25$.

Τα άσπρα τετράγωνα είναι 9, άρα τα μαύρα είναι $25 - 9 = 16$, οπότε το εμβαδόν τους είναι ίσο με $16 \cdot 1 = 16$ τ.μ.

2. Στο παρακάτω διάγραμμα εμφανίζονται οι βαθμοί των μαθητών A, B, Γ και Δ και ο μέσος όρος τους.



Ο βαθμός του μαθητή Δ είναι:

- A. 15 **B. 16** Γ. 17 Δ. 18 E. 19

Απάντηση

Το ύψος κάθε στήλης αντιστοιχεί στο βαθμό ενός μαθητή ($A = 18$, $B = 19$, $\Gamma = 15$ και Δ) ενώ το ύψος της τελευταίας στήλης αντιστοιχεί στο μέσο όρο των βαθμών των 4 μαθητών ($M.O. = 17$), άρα με δοκιμές των τιμών προκύπτει ότι ο βαθμός του μαθητή Δ είναι το 16 διότι:

$$\frac{18+19+15+16}{4} = \frac{68}{4} = 17 = \text{M.O.}$$

3. Ένας κουβάς γεμάτος με νερό έχει μια μικρή τρύπα στο πλάι από όπου στάζει το νερό. Έπειτα από 30 λεπτά, η στάθμη του νερού έφτασε ακριβώς το σημείο στο οποίο βρίσκεται η τρύπα και τότε μετρήσαμε ότι ο κουβάς ήταν γεμάτος κατά τα τέσσερα πέμπτα. Έπειτα από ακόμη μισή ώρα:
- A. θα έχει αδειάσει εντελώς. **B.** θα είναι γεμάτος κατά τα τέσσερα πέμπτα.
Γ. θα είναι γεμάτος κατά τα τρία πέμπτα. Δ. θα είναι γεμάτος κατά τα δύο πέμπτα.

Απάντηση

Αφού η στάθμη του νερού έφτασε στο σημείο που βρίσκεται η τρύπα, θα σταματήσει να στάζει το νερό, οπότε ο κουβάς θα σταματήσει να γεμίζει και θα παραμείνει γεμάτος κατά τα τέσσερα πέμπτα.

4. Αν 3 (όμοιες) μπουκάλες γεμίζουν με 4 γεμάτες (όμοιες) κούπες κρασί, πόσες κούπες κρασί χρειάζονται για να γεμίσουν 7,5 μπουκάλες;
- A. 8 **B.** 10 Γ. 12 Δ. 21 Ε. 28

Απάντηση

Η μία μπουκάλα γεμίζει με $\frac{4}{3}$ κούπες κρασί, άρα οι 7,5 μπουκάλες γεμίζουν με

$$7,5 \cdot \frac{4}{3} = \frac{75}{10} \cdot \frac{4}{3} = \frac{300}{30} = 10 \text{ κούπες κρασί}$$

5. Ο Ορφέας αγόρασε δύο ηλεκτρονικά παιχνίδια, το Α και το Β. Για το Α έδωσε 25% των χρημάτων του και για το Β το 50%. Αν του περίσσεψαν 30€ τα χρήματα που είχε ήταν:
- A. 60€ B. 80€ Γ. 100€ **Δ.** 120€ Ε. 150€

Απάντηση

Ο Ορφέας έδωσε για τα παιχνίδια Α και Β το $25\% + 50\% = 75\%$ των χρημάτων του, άρα, του περίσσεψε το $100\% - 75\% = 25\%$ των χρημάτων του που είναι 30€.

$$\text{Επομένως, τα χρήματα που είχε ήταν } 30 : \frac{25}{100} = 30 \cdot \frac{100}{25} = \frac{3.000}{25} = 120\text{€}.$$

6. Πόσοι αριθμοί έως το 1000 είναι πολλαπλάσια του 3 αλλά δε διαιρούνται από το 6;
- A. 334 B. 333 **Γ.** 167 Δ. 166 Ε. 150

Απάντηση

Το τελευταίο πολλαπλάσιο του 3 πριν το 1.000 είναι το 999, άρα, $999:3 = 333$ αριθμοί μέχρι το 1.000 είναι πολλαπλάσια του 3.

Το τελευταίο πολλαπλάσιο του 6 μέχρι το 1.000 είναι το 996, άρα $996:6 = 166$ αριθμοί μέχρι το 1.000 είναι πολλαπλάσια του 6, άρα και του 3.

Επομένως, μέχρι το 1.000 υπάρχουν συνολικά $333 - 166 = 167$ πολλαπλάσια του 3 που δεν είναι πολλαπλάσια του 6.

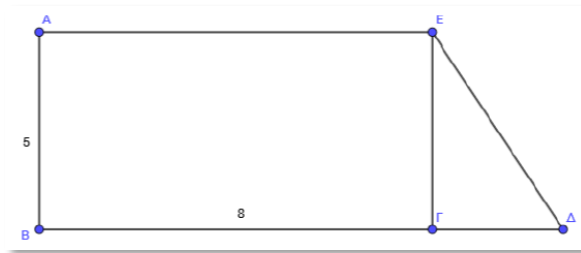
7. Αν γράψουμε τη λέξη ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ συνεχόμενα 10 φορές, τη μία δίπλα στην άλλη (δηλαδή γράψουμε ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ... όπου η λέξη ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ επαναλαμβάνεται 10 φορές), ποιο γράμμα θα βρίσκεται στην 93η θέση (μετρώντας από αριστερά);
- A. Μ B. Α **Γ. Θ** Δ. Η Ε. Τ

Απάντηση

Η λέξη ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ έχει 10 γράμματα, οπότε αν τη γράψουμε συνεχόμενα 10 φορές θα έχουμε μία σειρά από $10 \cdot 10 = 100$ γράμματα.

Στην 90η θέση θα βρίσκεται το τελευταίο γράμμα της λέξης ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (9η επανάληψη της λέξης), οπότε στην 93η θέση θα βρίσκεται το 3ο γράμμα της 10ης επανάληψης της λέξης, δηλαδή το γράμμα Θ.

8. Στο παρακάτω σχήμα, το ΑΒΓΕ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με ΑΒ = 5 εκ. και ΑΕ = 8 εκ.



Αν το εμβαδόν του τριγώνου ΔΓΕ είναι το ένα όγδοο του εμβαδού του ΑΒΓΕ, η πλευρά ΓΔ είναι ίση με:

- A. 1 εκ. **B. 2 εκ.** Γ. 3 εκ. Δ. 4 εκ. Ε. 5 εκ.

Απάντηση

Το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου ΑΒΓΕ είναι ίσο με $5 \cdot 8 = 40$ τ.εκ.

Επομένως, το εμβαδόν του τριγώνου ΔΓΕ είναι ίσο με $\frac{1}{8} \cdot 40 = \frac{40}{8} = 5$ τ.εκ. και επειδή είναι ίσο με

$$\frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{\Gamma\Delta \cdot 5}{2}, \text{ η πλευρά } \Gamma\Delta \text{ είναι ίση με } 2 \text{ διότι τότε: } \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{2 \cdot 5}{2} = 5.$$

Ανοιχτού τύπου

9. Ένα βυτιοφόρο μετέφερε 6.000 κιλά αλατόνερο με περιεκτικότητα 40% σε αλάτι. Κατά τη μεταφορά, εξατμίστηκε μια ποσότητα νερού με αποτέλεσμα το αλατόνερο να γίνει 50% σε αλάτι. Ποια ποσότητα νερού εξατμίστηκε;

Απάντηση

Η ποσότητα του αλατιού δεν άλλαξε κατά την εξάτμιση του νερού, άρα είναι ίση με

$$\frac{40}{100} \cdot 6.000 = \frac{240.000}{100} = 2.400 \text{ λίτρα}$$

Εφόσον, τώρα, η ποσότητα του αλατιού είναι το 50% του αλατόνερου, δηλαδή το μισό, το αλατόνερο θα είναι $2 \cdot 2.400 = 4.800$ λίτρα, άρα εξατμίστηκαν $6.000 - 4.800 = 1.200$ λίτρα νερό.

- 10.** Η κυρία Υπατία έχει δύο εγγόνια, τον Ερμή και τη Μαρία. Ο Ερμής την επισκέπτεται στο σπίτι της κάθε τρεις ημέρες ενώ η Μαρία κάθε τέσσερις. Την 31η Δεκεμβρίου του 2017 πέρασαν και οι δύο από το σπίτι της και την είδαν.
- α)** Πόσες είναι οι ημέρες του 2018 κατά τις οποίες θα την επισκεφτούν την ίδια ημέρα και οι δύο;
- β)** Πόσες ημέρες το 2018 δε θα την επισκεφτεί κανένας;

Απάντηση

- α)** Το 2018 έχει 365 ημέρες.

Άρα, οι ημέρες που θα την επισκεφτούν ταυτόχρονα και οι δύο είναι τα πολλαπλάσια του 12 που είναι μικρότερα του 365, δηλαδή 30.

Η κυρία Υπατία έχει δύο εγγόνια, τον Ερμή και την Μαρία.

Ο Ερμής την επισκέπτεται στο σπίτι της κάθε τρεις ημέρες ενώ η Μαρία κάθε τέσσερις.

Την 31η Δεκεμβρίου του 2017 πέρασαν και οι δύο από το σπίτι της και την είδαν.

- β)** Οι ημέρες που θα την επισκεφτεί ο Ερμής είναι τα πολλαπλάσια του 3 που είναι μικρότερα του 365, δηλαδή 121.

Αντίστοιχα της Μαρίας είναι 91.

Αφαιρούμε τις κοινές ημέρες (30) οπότε είναι: $121 + 91 - 30 = 182$.