

Λόγω διορθώσεων στο σχολικό βιβλίο, οι οποίες έγιναν στην έκδοση Σεπτεμβρίου 2012, προκύπτει η ανάγκη αντίστοιχων προσαρμογών σε ορισμένες απαντήσεις ασκήσεων του σχολικού βιβλίου. **Στο παρόν ηλεκτρονικό αρχείο υπάρχουν οι σελίδες 18, 74, 81, 89, 99, 102 του ενθέτου με τις απαντήσεις στις ασκήσεις του σχολικού βιβλίου, ώστε να αντικατασταθούν οι αντίστοιχες σελίδες σε ένθετα που εκτυπώθηκαν πριν από τον Αύγουστο του 2012.**

- 5** **α)** $7\alpha^2 + 7\alpha\beta + 3\alpha\beta + 3\beta^2 = 7\alpha(\alpha + \beta) + 3\beta(\alpha + \beta) = (\alpha + \beta)(7\alpha + 3\beta)$.
β) $5x^2 - 5xy - 3xy + 3y^2 = 5x(x - y) - 3y(x - y) = (x - y)(5x - 3y)$.
γ) $3x^2 - 3xy + 2xy - 2y^2 = 3x(x - y) + 2y(x - y) = (x - y)(3x + 2y)$.
- 6** **α)** $\alpha\beta(\alpha + \beta) - (\alpha + \beta) = (\alpha + \beta)(\alpha\beta - 1)$.
β) $(\alpha + \beta)(\alpha\beta - 1) = 0$, άρα $\alpha = -\beta$ ή $\alpha = \frac{1}{\beta}$, $\beta \neq 0$.
- 7** **α)** $2\alpha(\alpha - 1) + \beta(\alpha - 1) + \chi(\alpha - 1) = (\alpha - 1)(2\alpha + \beta + \chi)$.
β) $2\beta(\alpha - 2) + 5(\alpha - 2) + 2\gamma(\alpha - 2) = (\alpha - 2)(2\beta + 5 + 2\gamma)$.
- 8** **α)** $(x-3)(x+3)$, **β)** $(4x-1)(4x+1)$, **γ)** $(\alpha-3\beta)(\alpha+3\beta)$, **δ)** $(\alpha\beta-2)(\alpha\beta+2)$,
ε) $(6\omega - \omega - 5)(6\omega + \omega + 5) = (5\omega - 5)(7\omega + 5) = 5(\omega - 1)(7\omega + 5)$,
στ) $[2(x + 1) - 3(x - 2)][2(x + 1) + 3(x - 2)] =$
 $= (2x + 2 - 3x + 6)(2x + 2 + 3x - 6) = (8 - x)(5x - 4)$,
ζ) $\left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right)$, $x \neq 0$, **η)** $(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$, **θ)** $(x - \sqrt{2}y)(x + \sqrt{2}y)$.
- 9** **α)** $2(x^2 - 16) = 2(x - 4)(x + 4)$, **β)** $7(4 - y^2) = 7(2 - y)(2 + y)$,
γ) $2x(x^2 - 1) = 2x(x - 1)(x + 1)$, **δ)** $5\alpha(x^2 - 16) = 5\alpha(x - 4)(x + 4)$,
ε) $2[(x - 1)^2 - 4] = 2(x - 1 - 2)(x - 1 + 2) = 2(x - 3)(x + 1)$.
- 10** $\gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2 = (\alpha - \beta)(\alpha + \beta)$.
α) $\gamma^2 = (53 - 28)(53 + 28) = 25 \cdot 81$ ή $\gamma = 5 \cdot 9 = 45$.
β) $\gamma^2 = (0,37 - 0,12)(0,37 + 0,12) = 0,25 \cdot 0,49$ ή $\gamma = 0,5 \cdot 0,7 = 0,35$.
γ) $\gamma^2 = (26\lambda - 10\lambda)(26\lambda + 10\lambda) = 16\lambda \cdot 36\lambda$ ή $\gamma = 4 \cdot 6 \cdot \lambda = 24\lambda$, $\lambda > 0$.
- 11** **α)** $(x - 7)(x + 7) = 0$, άρα $x = 7$ ή $x = -7$.
β) $x(9x^2 - 4) = 0$ ή $x(3x - 2)(3x + 2) = 0$, άρα $x = 0$ ή $x = \frac{2}{3}$ ή $x = -\frac{2}{3}$.
γ) $x(x + 1)^2 - 4x = 0$ ή $x[(x + 1)^2 - 4] = 0$ ή $x(x + 1 - 2)(x + 1 + 2) = 0$
ή $x(x - 1)(x + 3) = 0$, άρα $x = 0$ ή $x = 1$ ή $x = -3$.
δ) $(x + 2)^3 - (x + 2) = 0$ ή $(x + 2)[(x + 2)^2 - 1] = 0$ ή
 $(x + 2)(x + 2 + 1)(x + 2 - 1) = 0$ ή $(x + 2)(x + 3)(x + 1) = 0$,
άρα $x = -2$ ή $x = -3$ ή $x = -1$.
- 12** **α)** $(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$, **β)** $(y + 2)(y^2 - 2y + 4)$, **γ)** $(\omega + 4)(\omega^2 - 4\omega + 16)$,
δ) $(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$, **ε)** $(3y + 1)(9y^2 - 3y + 1)$.

5ο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

5.1 Σύνολα

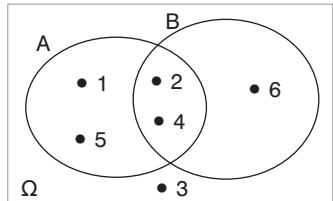
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

- 1 α) Σ, β) Λ, γ) Λ, δ) Σ, ε) Σ, στ) Σ. 2 $\alpha \rightarrow 3, \beta \rightarrow 4, \gamma \rightarrow 2, \delta \rightarrow 1$.
 3 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4, 5\}, A' = \{4, 5, 6, 7\},$
 $B' = \{1, 6, 7\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}, A \cap B = \{2, 3\}$. 4 $\alpha \rightarrow 5, \beta \rightarrow 6,$
 $\gamma \rightarrow 2, \delta \rightarrow 3, \varepsilon \rightarrow 1$. 5 α) $A \cup B$: κόκκινο, μπλε, κίτρινο, β) $A \cap B$: κίτρινο,
 γ) A' = πράσινο, μπλε, δ) B' : κόκκινο, πράσινο, ε) $(A \cup B)'$: πράσινο,
 στ) $(A \cap B)'$: κόκκινο, πράσινο, μπλε.

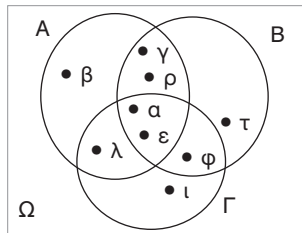
ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- 1 α) $A = \{-5, 5\}, \beta) B = \{5\}, \gamma) \Gamma = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}, \delta) \Delta = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$.
 2 α) $A \subseteq K, \Gamma \subseteq K$. β) $\Lambda = A$. γ) $M = B$.
 3 $A = \{1, 2, 3\}$, ΥΠΟΣΥΝΟΛΑ: $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$.
 4 $A = \{(0, 4), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 0)\}$.
 5 $A = \{2k + 1, \text{όπου } \text{o } k \text{ είναι φυσικός αριθμός}\},$
 $B = \{\text{τα γράμματα της λέξης «ιστορία»}\},$
 $\Gamma = \{\text{τα ψηφία του αριθμού } 20\}$.

- 6 α) $A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6\},$
 β) $A \cap B = \{2, 4\},$
 γ) $A' = \{3, 6\},$
 δ) $B' = \{1, 3, 5\}.$



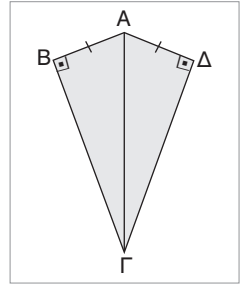
- 7 α) $A = \{\alpha, \lambda, \gamma, \varepsilon, \beta, \rho\},$
 $B = \{\varphi, \rho, \varepsilon, \gamma, \alpha, \tau\},$
 $\Gamma = \{\varepsilon, \lambda, \alpha, \varphi, \iota\}.$
 β) $B \cup \Gamma = \{\varphi, \rho, \varepsilon, \gamma, \alpha, \tau, \lambda, \iota\},$
 $A \cap B = \{\alpha, \gamma, \varepsilon, \rho\}, A \cap \Gamma = \{\varepsilon, \lambda, \alpha\}.$



16 $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{\Delta}$, γιατί:

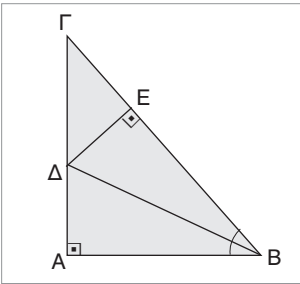
- i) ορθογώνια, ii) $AB = AD$,
- iii) $A\hat{\Gamma}$ κοινή, άρα $B\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}\hat{\Delta}$.

Αφού $AB = AD$, $\hat{\Gamma}B = \hat{\Gamma}\Delta$, τα σημεία A, Γ ισαπέχουν από τα B, Δ , άρα τα A, Γ είναι σημεία της μεσοκαθέτου του $B\Delta$, δηλαδή η $A\hat{\Gamma}$ είναι μεσοκάθετος του $B\Delta$.



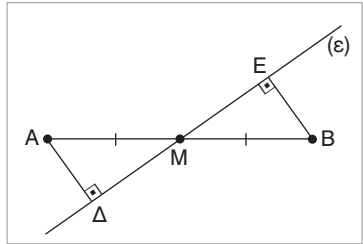
17 $\hat{B}\hat{\Delta}\hat{E} = \hat{A}\hat{B}\hat{\Delta}$, γιατί:

- i) ορθογώνια, ii) $\hat{\Delta}\hat{B}\hat{E} = \hat{\Delta}\hat{B}\hat{A}$,
- iii) $B\hat{\Delta}$ κοινή, άρα $AB = BE$.



18 $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{M} = \hat{M}\hat{B}\hat{E}$, γιατί:

- i) ορθογώνια, ii) $AM = MB$,
- iii) $\hat{A}\hat{M}\hat{\Delta} = \hat{E}\hat{M}\hat{B}$, άρα $BE = AD$, δηλαδή τα A, B ισαπέχουν από την (ϵ) .



19 α) $\hat{A}\hat{B}\hat{\Delta} = \hat{A}\hat{B}'\hat{\Delta}'$, γιατί:

- i) ορθογώνια, ii) $AB = A'B'$, iii) $\hat{A}\hat{\Delta} = \hat{A}'\hat{\Delta}'$, άρα $\hat{B} = \hat{B}'$.
- β) $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = \hat{A}\hat{B}'\hat{\Gamma}'$, γιατί: i) $AB = A'B'$, ii) $\hat{B} = \hat{B}'$, iii) $\hat{A} = \hat{A}'$.

20 Στο ισοσκελές $\hat{\Gamma}\hat{O}\hat{\Delta}$, το ON ύψος, άρα είναι και διάμεσος, δηλαδή N μέσο του $\hat{\Gamma}\hat{\Delta}$. Ομοίως το M είναι μέσο του AB .

Ευθύ: Έστω ότι $AB = \hat{\Gamma}\hat{\Delta}$. Τότε: $\hat{\Gamma}\hat{O}\hat{N} = \hat{A}\hat{O}\hat{M}$, γιατί:

- i) ορθογώνια, ii) $OG = OA$, iii) $\hat{\Gamma}N = AM$ ($\frac{\hat{\Gamma}\hat{\Delta}}{2} = \frac{AB}{2}$), άρα $ON = OM$.

Αντίστροφο: Έστω ότι $ON = OM$. Τότε: $\hat{\Gamma}\hat{O}\hat{N} = \hat{A}\hat{O}\hat{M}$, γιατί:

- i) ορθογώνια, ii) $OG = OA$, iii) $ON = OM$, άρα $\hat{\Gamma}N = AM$, δηλαδή $\hat{\Gamma}\hat{\Delta} = AB$. Συνεπώς ισχύει και το αντίστροφο.

21 Ισχύει $B\hat{\Gamma}\hat{A} = B\hat{\Delta}\hat{A} = 90^\circ$ ως εγγεγραμμένες που βαίνουν σε ημικύκλιο. $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = \hat{B}\hat{\Delta}\hat{A}$, γιατί: i) AB κοινή, ii) $A\hat{\Gamma} = A\hat{\Delta}$, iii) ορθογώνια, άρα $B\hat{\Gamma} = B\hat{\Delta}$.

Δραστηριότητα

$\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}\hat{\Delta}\hat{E}$, γιατί: i) ορθογώνια, ii) $B\hat{\Gamma}\hat{A} = E\hat{\Gamma}\hat{\Delta}$, iii) $B\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}\hat{\Delta}$, άρα $AB = \hat{\Delta}\hat{E}$.

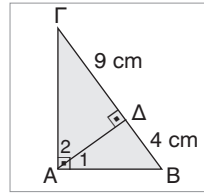
2 $\hat{A}\hat{D}B \approx \hat{A}\hat{D}\Gamma$, γιατί:

i) ορθογώνια, ii) $\hat{A}_1 = \hat{\Gamma} (= 90^\circ - \hat{B})$,

iii) $\hat{A}_2 = \hat{B} (= 90^\circ - \hat{\Gamma})$, άρα $\frac{A\Delta}{B\Delta} = \frac{\Gamma\Delta}{A\Delta}$ ή

$$A\Delta^2 = B\Delta \cdot \Gamma\Delta.$$

Επομένως $A\Delta^2 = 4 \cdot 9 = 36$, άρα $A\Delta = 6$ cm.

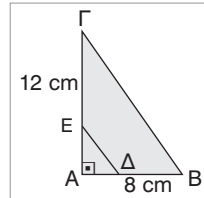


3 α) Ισχύει $\frac{A\Delta}{AB} = \frac{A\Gamma}{A\Gamma}$, άρα από αντίστροφο

του θεωρήματος Θαλή ισχύει $\Delta E \parallel B\Gamma$.

β) $\hat{A}\hat{D}E \approx \hat{A}\hat{B}\Gamma$, γιατί:

i) ορθογώνια, ii) $\hat{\Gamma} = \hat{A}\hat{E}\Delta$, iii) $\hat{A}\hat{D}E = \hat{B}$.



4 $\hat{A}\hat{B}\Gamma \approx \hat{A}\hat{D}E$, γιατί: i) ορθογώνια, ii) $\hat{A}\hat{F}B = \hat{E}\hat{F}\Delta$, iii) $\hat{B} = \hat{E}$, άρα

$$\frac{A\Gamma}{AB} = \frac{\Gamma\Delta}{\Delta E} \text{ ή } \frac{12}{x} = \frac{15}{60} \text{ ή } 15x = 720 \text{ ή } x = 48 \text{ m.}$$

5 $\hat{B}\hat{D}E \approx \hat{A}\hat{E}\Gamma$, γιατί: i) $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ (εγγεγραμμένες που βαίνουν στο \widehat{AD}),

ii) $\hat{\Delta}\hat{E}B = \hat{A}\hat{E}\Gamma$, iii) $\hat{A} = \hat{\Delta}$, άρα $\frac{BE}{E\Gamma} = \frac{E\Delta}{EA}$ ή $\frac{x}{6} = \frac{8}{3x}$ ή $3x^2 = 48$ ή

$$x^2 = 16 \text{ ή } x = \pm\sqrt{16}, \text{ άρα } x = 4 \text{ ή } x = -4 \text{ (απορρίπτεται).}$$

6 Από θεώρημα Θαλή: $\frac{O\Gamma}{OA} = \frac{OZ}{EZ}$ ή $\frac{O\Gamma}{OA} = \frac{16,8}{0,4}$ ή $\frac{O\Gamma}{OA} = 42$.

$\hat{O}\hat{A}B \approx \hat{O}\hat{F}\Delta$, γιατί: i) \hat{O} κοινή, ii) $\hat{\Delta} = \hat{O}\hat{B}A$, iii) $\hat{B}\hat{A}O = \hat{\Delta}\hat{F}O$, άρα

$$\frac{O\Gamma}{OA} = \frac{\Gamma\Delta}{AB} \text{ ή } 42 = \frac{\Gamma\Delta}{0,5} \text{ ή } \Gamma\Delta = 21 \text{ m.}$$

7 $\hat{B}\hat{H}E \approx \hat{E}\hat{O}\Gamma$, γιατί:

i) $\hat{H}\hat{B}E = \hat{O}\hat{E}\Gamma$ (εντός εκτός επί τα αυτά),

ii) $\hat{B}\hat{E}H = \hat{E}\hat{F}\Theta$ (εντός εκτός επί τα αυτά),

iii) $\hat{B}\hat{H}E = \hat{E}\hat{O}\Gamma$, άρα $\frac{BE}{E\Gamma} = \frac{HE}{O\Gamma}$ ή $\frac{12}{18} = \frac{x}{57 - (32 + x)}$ ή $\frac{12}{18} = \frac{x}{25 - x}$ ή

$$18 \cdot x = 12(25 - x) \text{ ή } 18x = 300 - 12x \text{ ή } 30x = 300 \text{ ή } x = 10 \text{ cm.}$$

8 Από το σχήμα έχουμε ότι τα τρίγωνα που σχηματίζουν οι σκιές είναι όμοια και το μήκος της σκιάς στο έδαφος είναι $4x$ για το γιο και $5x$ για τον πατέρα. Αν y m το ύψος του πατέρα, θα ισχύει $\frac{4x}{5x} = \frac{1,36}{y}$ ή

$$4y = 6,8 \text{ ή } y = \frac{6,8}{4} = 1,7 \text{ m.}$$

$$\beta) \frac{\eta\mu^2 40^\circ}{\sigma\upsilon\nu^2 40^\circ} \cdot \sigma\upsilon\nu^2 40^\circ + \sigma\upsilon\nu^2(180^\circ - 40^\circ) = \eta\mu^2 40^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 40^\circ = 1.$$

$$\begin{aligned} 13) \eta\mu^2 x \cdot \eta\mu 30^\circ \cdot \eta\mu 60^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 x \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ &= \\ = \eta\mu^2 x \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \sigma\upsilon\nu^2 x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} &= \frac{\sqrt{3}}{4} (\eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 x) = \frac{\sqrt{3}}{4}. \end{aligned}$$

Μαθηματικό αίνιγμα

$$\begin{aligned} 14) \text{ Για } \lambda \neq -3 \text{ έχουμε: } \eta\mu^2 \omega + \sigma\upsilon\nu^2 \omega = 1 \text{ ή } \left(\frac{\lambda+1}{\lambda+3}\right)^2 + \left(\frac{-2\lambda\sqrt{3}}{\lambda+3}\right)^2 &= 1 \\ \text{ ή } (\lambda+1)^2 + (-2\lambda\sqrt{3})^2 &= (\lambda+3)^2 \text{ ή } \lambda^2 + 2\lambda + 1 + 12\lambda^2 = \lambda^2 + 6\lambda + 9 \\ \text{ ή } 12\lambda^2 - 4\lambda - 8 &= 0 \text{ ή } 3\lambda^2 - \lambda - 2 = 0, \text{ με } \Delta = 25 \text{ και } \lambda = \frac{1 \pm 5}{6}, \\ \text{ άρα } \lambda &= 1 \text{ ή } \lambda = -\frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Συνεπώς για $\lambda = 1$: $\eta\mu\omega = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{-2\sqrt{3}}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, δηλαδή $\hat{\omega} = 150^\circ$.

Αν $\lambda = -\frac{2}{3}$: $\eta\mu\omega = \frac{1}{7}$, $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{4\sqrt{3}}{7}$ (απορρίπτεται, αφού η γωνία δεν είναι οξεία).

2.4 Νόμος των ημιτόνων – Νόμος των συνημιτόνων

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

$$1) \frac{x}{\eta\mu 80^\circ} = \frac{y}{\eta\mu 30^\circ} = \frac{\omega}{\eta\mu 70^\circ}. \quad 2) \alpha) \frac{AB}{\eta\mu 70^\circ} = \frac{AD}{\eta\mu 80^\circ} = \frac{BD}{\eta\mu 30^\circ},$$

$$\beta) \frac{\Gamma\Delta}{\eta\mu 20^\circ} = \frac{A\Gamma}{\eta\mu 110^\circ} = \frac{A\Delta}{\eta\mu 50^\circ}. \quad 3) \alpha) \Sigma, \beta) \Lambda, \gamma) \Sigma, \delta) \Lambda, \epsilon) \Sigma.$$

$$4) x^2 = \omega^2 + y^2 - 2\omega y \sigma\upsilon\nu 75^\circ, y^2 = \omega^2 + x^2 - 2\omega x \sigma\upsilon\nu 60^\circ, \omega^2 = x^2 + y^2 - 2xy \sigma\upsilon\nu 45^\circ.$$

$$5) \alpha) \text{ ημιτόνων, } \frac{10}{\eta\mu x} = \frac{12}{\eta\mu 60^\circ}, \beta) \text{ συνημιτόνων, } x^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \sigma\upsilon\nu 50^\circ,$$

$$\gamma) \text{ συνημιτόνων, } 6^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sigma\upsilon\nu x, \delta) \text{ ημιτόνων, } \frac{10}{\eta\mu 70^\circ} = \frac{x}{\eta\mu 50^\circ}.$$

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

$$1) \alpha) \frac{x}{\eta\mu 30^\circ} = \frac{4}{\eta\mu 45^\circ} \text{ ή } x = 4 \cdot \frac{\eta\mu 30^\circ}{\eta\mu 45^\circ} \text{ ή } x = 4 \cdot \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \text{ ή } x = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}.$$

$$14 \quad \text{συν}\omega = \frac{AB^2 + A\Gamma^2 - B\Gamma^2}{2AB \cdot A\Gamma} \quad \text{ή} \quad \text{συν}\omega = \frac{0,7^2 + 1,3^2 - 1,8^2}{2 \cdot 0,7 \cdot 1,3} \quad \text{ή}$$

$$\text{συν}\omega = -\frac{1,06}{1,82} \approx -0,582 \quad \text{ή} \quad \text{συν}\omega = -\text{συν}54^\circ = \text{συν}126^\circ, \quad \text{άρα} \quad \omega = 126^\circ.$$



Γενικές ασκήσεις 2ου κεφαλαίου

1 α) $1 + \eta\mu^2\chi + \sigma\upsilon\nu^2\chi - 2\eta\mu\chi + 2\sigma\upsilon\nu\chi - 2\eta\mu\chi\sigma\upsilon\nu\chi =$
 $= 1 + 1 - 2\eta\mu\chi + 2\sigma\upsilon\nu\chi - 2\eta\mu\chi\sigma\upsilon\nu\chi =$
 $= 2(1 - \eta\mu\chi) + 2\sigma\upsilon\nu\chi(1 - \eta\mu\chi) = 2 \cdot (1 - \eta\mu\chi)(1 + \sigma\upsilon\nu\chi).$

β) Για $\eta\mu\chi \neq 0, \sigma\upsilon\nu\chi \neq -1$ έχουμε:

$$\frac{(1 + \sigma\upsilon\nu\chi)^2 + \eta\mu^2\chi}{\eta\mu\chi(1 + \sigma\upsilon\nu\chi)} = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu^2\chi + 2\sigma\upsilon\nu\chi + \eta\mu^2\chi}{\eta\mu\chi(1 + \sigma\upsilon\nu\chi)} =$$

$$= \frac{2 + 2\sigma\upsilon\nu\chi}{\eta\mu\chi(1 + \sigma\upsilon\nu\chi)} = \frac{2(1 + \sigma\upsilon\nu\chi)}{\eta\mu\chi(1 + \sigma\upsilon\nu\chi)} = \frac{2}{\eta\mu\chi}.$$

2 Π.Θ. στο $\hat{M}\hat{O}B$: $MB^2 = OM^2 - OB^2$ ή
 $MB^2 = 13^2 - 5^2 = 144$, άρα $MB = 12$.

Επομένως: $M(-5, 12)$ και $\text{συν}\chi\hat{O}M = \frac{-5}{13}$,

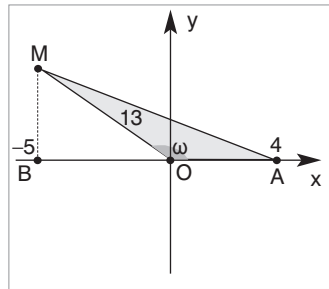
άρα $\text{συν}\omega = -\frac{5}{13}$.

Επιπλέον:

$$AM^2 = OM^2 + OA^2 - 2OM \cdot OA \cdot \text{συν}\chi\hat{O}M \quad \text{ή}$$

$$AM^2 = 13^2 + 4^2 - 2 \cdot 13 \cdot 4 \cdot \left(-\frac{5}{13}\right) \quad \text{ή}$$

$$AM^2 = 225, \quad \text{άρα} \quad AM = 15.$$



3 $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$: $\hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{\Gamma} = 60^\circ$,
 άρα $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = 30^\circ$.
 $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{\Delta}$: $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{\Gamma} = 180^\circ - \hat{\Gamma} - \hat{A}_1 = 75^\circ$,
 άρα $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma} = 75^\circ$, δηλαδή $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{\Delta}$
 ισοσκελές με $A\Gamma = A\Delta$.

$$\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}: \frac{A\Gamma}{\eta\mu B} = \frac{B\Gamma}{\eta\mu A} \quad \text{ή} \quad A\Gamma = 30 \cdot \frac{\eta\mu 45^\circ}{\eta\mu 60^\circ} \quad \text{ή}$$

$$A\Gamma = 30 \cdot \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 30 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{30\sqrt{6}}{3} = 10\sqrt{6} \text{ cm}, \quad \text{άρα} \quad A\Delta = 10\sqrt{6} \text{ cm}.$$

